

SOLUSI NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER UNTUK PERSAMAAN GERAK JATUH BEBAS TANPA GESEKAN UDARA PADA *MICROSOFT EXCEL 2013*

Anggi Prahmono^{1,a*}, Nurhamidah^{2,b}, Suhadi^{3,c}

Pendidikan Fisika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Unuversitas Islam Negeri Raden Fatah Palembang

*aEmail: anggi.pram25@gmail.com

Article Info

Key word:

Euler

Gerak Jatuh Bebas

Microsoft Excel 2013

Article history:

Received: 20/02/2023

Revised: 20/5/2023

Accepted: 30/06/2023

ABSTRACT

Aplikasi komputer saat ini dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan model matematis untuk mengetahui suatu fenomena fisika. Dilakukan penelitian tentang solusi numerik menggunakan metode euler pada fenomena gerak jatuh bebas tanpa gesekan udara dengan tujuan menerapkan metode euler untuk menghitung kecepatan, posisi, dan ketinggian benda pada saat 10 detik pertama dan memperoleh hasil dari grafik kecepatan, grafik posisi dan grafik ketinggian terhadap waktu dengan langkah tertentu. Didapatkan hasil dari metode euler dan solusi eksak pada kasus gerak jatuh bebas tanpa hambatan udara menggunakan aplikasi *microsoft excel 2013*. Pada solusi eksak pada saat benda jatuh dengan waktu 10 detik pertama didapatkan nilai kecepatan sebesar 98 m/s^2 dengan posisi 490 m dari awal jatuh dan pada ketinggian 110 m diatas permukaan. Pada metode euler pada saat benda jatuh di 10 detik pertama diperoleh kecepatan sebesar 98 m/s^2 dengan posisi 485,1 m dari awal jatuh dan berada di ketinggian 114,9 m. Diperoleh nilai error dari perbandingan solusi numerik dan solusi eksak dengan nilai $v_{\text{error}} = 0$, $y_{\text{error}} = 4,9$ dan $h_{\text{error}} = 5$.

Copyright © 2023 Universitas Islam Negeri Raden Fatah Palembang. All Right Reserved

Pendahuluan

Fisika adalah salah satu ilmu alam yang bisa dikatakan ilmu tertua bersama kimia, biologi, cabang tertentu matematika, namun pada abad ke-17, ilmu alam berkembang sebagai program penelitian. Fisika sendiri berkembang dengan banyak spesialis bidang ilmu lain, seperti biofisika dan kimia kuantum, dan batasan fisiknya tidak didefinisikan dengan jelas. Ilmu baru dalam fisika terkadang digunakan untuk menjelaskan mekanisme dasar sains lainnya serta membuka jalan area penelitian lainnya seperti matematika dan filsafat. Selama ini Penggunaan komputer sangat membantu pekerjaan manusia, terutama untuk menyelesaikan permasalahan

pemodelan matematis sebagai bentuk tahapan pekerjaan awal dari realisasi suatu sistem (efendi ,dkk 2013). Pemodelan perhitungan matematis diwujudkan dengan simulasi yang menyesuaikan dengan konsep-konsep hukum fisika sehingga hasilnya akan mendekati aslinya (Pambudi, dkk 2011) Penyelesaian persoalan tersebut dapat dilakukan secara pendekatan Numerik. Kelebihan solusi numerik adalah dapat diaplikasikan untuk sistem yang lebih rumit dan perhitungannya dapat dilakukan bantuan komputer dan perangkat lunak tertentu (Azis dan Ramli ,2021).

Gerak jatuh bebas dalam fisika termasuk salah satu contoh umum dari gerak lurus berubah beraturan. Dalam gerak jatuh bebas, gaya gesekan udara mempengaruhi gerak jatuh bebas. Galileo mendalilkan bahwa semua benda akan akan jatuh dengan percepatan yang sama apabila tidak ada udara atau hambatan lainnya. suatu benda yang dijatuhkan dari ketinggian awal nol atau tanpa kecepatan awal. Percepatan yang dialami oleh benda tersebut adalah percepatan gravitasi bumi g (m/s^2). Lintasan gerak benda ini berupa gerak lurus (Permatasari dkk, 2018).

Metode euler adalah metode yang diambil dari dua suku pertama deret taylor. Oleh karena itu perhitungan menggunakan metode ini sangat sederhana sehingga dapat memudahkan dalam mengerjakan persamaan differensial dengan proses yang lebih cepat (Azis dan Ramli, 2021).

Selama ini dalam mengolah data atau menghitung suatu persamaan yang dilakukan secara manual mengakibatkan tidak efisien dan membutuhkan waktu yang lama maka salah satu upaya yang dilakukan adalah menggunakan solusi numerik memmggunakan metode euler dengan program komputer (Maiyena 2011). program *Microsoft excel 2013* adalah salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan untuk mengolah data secara otomatis meliputi perhitungan dasar, penggunaan fungsi dan formula, pembuatan ggrafik serta manajemen data (Putri, 2015)

Metode

Pada penelitian ini digunakan metode eksperimen komputasi menggunakan perangkat microsoft excel 2013 dengan kasus gerak jatuh bebas tanpa hambatan udara.

Hasil dan Diskusi

A. Solusi Numerik Euler Untuk Persamaan Gerak Jatuh Bebas Tanpa Gesekan Udara Pada Ms. Excel 2013

Pada kasus ini akan dicari solusi numerik euler pada gerak jatuh bebas tanpa hambatan udara dengan ketentuan awal sebagai berikut

Misalkan terdapat sebuah benda yang dijatuhkan dari ketinggian 600 meter tanpa kecepatan awal, berapakah kecepatan benda tersebut selama 10 detik pertama dari benda tersebut dijatuhkan!

Sebelum mencari solusi numerik euler, terlebih dahulu dituliskan ketentuan awal yang berlaku, maka diketahui :

$$\text{Ketinggian Awal } (h_0) = 600\text{m}$$

$$\text{Percepatan grafitasi } (g) = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Waktu awal } (a) = 0 \text{ s}$$

$$\text{Wakktu akhir } (b) = 10 \text{ s}$$

$$\text{Jumlah data } N = 100$$

$$\text{Step size } (h = (b-a)/N) = 0,1 \text{ s}$$

Setelah mengetahui ketentuan awal dari kasus mengenai gerak jatuh bebas tanpa gesekan udara maka selanjutnya lakukan langkah berikut:

- a. Menghitunng waktu (t_i)
Untuk menentukan waktu pada saat benda jatuh bebas menggunakan rumus:

$$t_i = a + i_0 * h$$

$$t_1 = a + i_1 * h$$

$$t_n = a + i_n * h$$

- b. Mencari kecepatan (v)
Untuk mencari kecepatan benda saat jatuh bebas menggunakan fungsi

$$V_1 = V_0 + h * g$$

$$V_2 = V_1 + h * g$$

$$V_n = V_n + h * g$$

- c. Mencari posisi (y)
Untuk menentukan posisi benda jatuh digunakan fungsi

$$Y_1 = y_0 + h_0 * v_0$$

$$Y_2 = y_1 + h_1 * v_1$$

$$Y_n = y_n + h_n * v_n$$

- d. Mencari ketinggian (h)
 Untuk memperoleh ketinggian benda yang dijatuhkan digunakan fungsi :

$$h_1 = h_0 - Y_1$$

$$h_2 = h_1 - Y_1$$

$$h_n = h_n - Y_n$$

Setelah menemukan t_i , V_i , Y_i , dan h_i selanjutnya adalah mencari grafik dengan untuk mengetahui.

- Grafik hubungan kecepatan terhadap waktu
- Grafik hubungan posisi terhadap waktu
- Grafik hubungan ketinggian terhadap waktu

B. Hasil dan Pembahasan

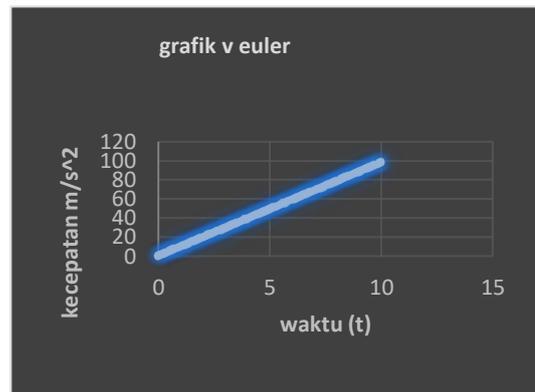
1. Metode euler

Persamaan diatas kemudian akan di terapkan pada fungsi yang ada di *microsoft excel 2013* sehingga diperoleh

v euler	y euler	h euler	ti
0	0	600	0
0,98	0	600	0,1
1,96	0,098	599,902	0,2
2,94	0,294	599,706	0,3
3,92	0,588	599,412	0,4
4,9	0,98	599,02	0,5
5,88	1,47	598,53	0,6
6,86	2,058	597,942	0,7
7,84	2,744	597,256	0,8
8,82	3,528	596,472	0,9
9,8	4,41	595,59	1
10,78	5,39	594,61	1,1
11,76	6,468	593,532	1,2
12,74	7,644	592,356	1,3
13,72	8,918	591,082	1,4
14,7	10,29	589,71	1,5

tabel diatas menunjukkan hasil dari t_i pada iterasi 0 sampai 15 menggunakan fungsi untuk mencari waktu (t_i) pada saat benda jatuh bebas , kemudian akan dicari kecepatan (v) benda pada saat benda jatuh.

Nilai kecepatan (v) pada saat benda jatuh bebas diperoleh $v_1= 0$, dan pada t_{10} diperoleh nilai $v_{10} = 98 \text{ m/s}^2$

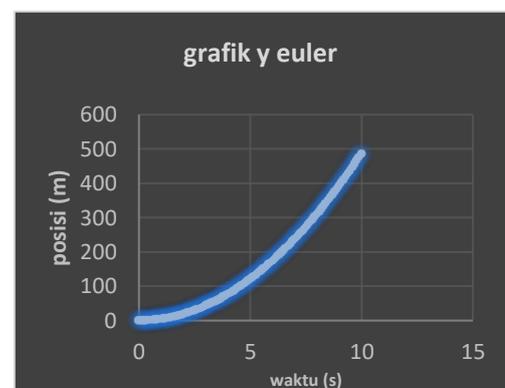


setelah mendapatkan nilai kecepatan (v) kemudian didapatkan nilai untuk posisi pada benda jatuh bebas pada koordinat (y) karena benda jatuh dalam koordinat vertikal saja. Pada saat $y_1 = 0$, dan pada $y_{10} = 485,1 \text{ m}$

ketinggian telah ditentukan untuk ketinggian awal benda adalah 600m kemudian dicari ketinggian pada iterasi berikutnya sampai pada t_{10} . Pada saat $h_1 = 600 \text{ m}$, dan pada $h_{10} = 114,9$

Setelah selesai mencari t, v, y, dan h sampai dengan t_{10} selanjutnya adalah membuat grafik.

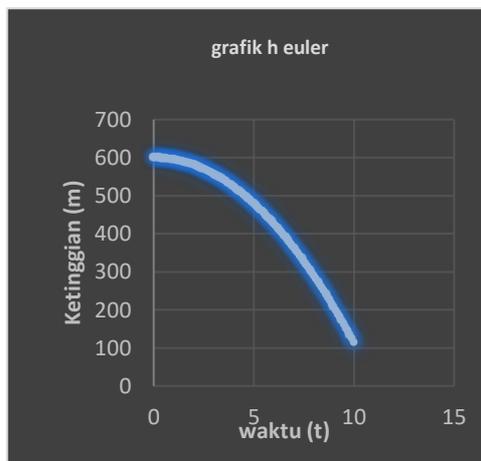
Untuk grafik hubungan antara kecepatan dengan waktu diperoleh sebagai berikut,



Dari grafik diatas diperoleh bahwa pada 10 detik pertama benda jatuh kecepatan benda mencapai 100m/s^2

Kemudian diperoleh grafik hubungan antara posisi benda terhadap waktu pada saat benda jatuh di 10 detik pertama sebagai berikut

Grafik di atas menunjukkan posisi benda pada 10 detik pertama benda dijatuhkan dimana posisi awal benda sebelum dijatuhkan adalah 600 m dan pada 10 detik pertama benda berada di posisi 100 m dari posisi awal benda dijatuhkan. Diperoleh juga grafik hubungan antara ketinggian dengan waktu pada saat benda jatuh di 10 detik pertama.



Grafik diatas menunjukkan grafik hubungan ketinggian terhadap waktu dimana diperoleh hasil bahwa pada saat benda dijatuhkan di ketinggian awal 600 m pada 10 detik pertama benda berada di ketinggian 100 m dari permukaan.

2. Solusi eksak

Pada kasus ini jуда dicari metode analitik untuk mencari kecepatan pada benda jatuh dimana diperoleh hasil sebagai berikut :

Pada studi kasus yang sama diketahui bahwa ketinggian awal yaitu 600 m kemudian dijatuhkan dan akan di cari kecepatan benda jatuh pada 10detik pertama sehingga diperoleh V_{eksak} dengan fungsi $(g \cdot t_i)$ atau gravitasi dikali dengan waktu dengan cara yang sama hingga ke iterasi ke 100. Pada $v_1 = 0,98$

Table 2 tabel solusi eksak gerak jatuh bebas tanpa hambatan udara

i	t _i	v eksak	y eksak	h eksak
0	0	0	0	600
1	0,1	0,98	0,049	599,951
2	0,2	1,96	0,196	599,804
3	0,3	2,94	0,441	599,559
4	0,4	3,92	0,784	599,216
5	0,5	4,9	1,225	598,775
6	0,6	5,88	1,764	598,236
7	0,7	6,86	2,401	597,599
8	0,8	7,84	3,136	596,864
9	0,9	8,82	3,969	596,031
10	1	9,8	4,9	595,1
11	1,1	10,78	5,929	594,071
12	1,2	11,76	7,056	592,944
13	1,3	12,74	8,281	591,719
14	1,4	13,72	9,604	590,396
15	1,5	14,7	11,025	588,975

m/s^2 dan pada $v_{10} = 98 \text{ m/s}^2$.

Y_{eksak} diperoleh dengan fungsi $(\frac{1}{2} * g * t^2)$ dengan cara yang sama hingga ke iterasi ke 100 yaitu pada waktu 10 detik. diperoleh $y_1 = 0,049 \text{ m}$ dan pada $y_{10} = 490 \text{ m}$

Kemudian dengan ketinggian awal 600 m maka dapat dicari ketinggian benda jatuh. h_{eksak} adalah ketinggian benda pada saat jatuh pada 10 detik pertama dan didapatkan $h_1 = 600 \text{ m}$ dan pada $h_{10} = 110$.

3. Perbandingan nilai v, y, dan h gerak jatuh bebas tanpa hambatan udara dengan pendekatan analitik dan numerik menggunakan metode euler

Setelah didapatkan nilai antara solusi eksak dan solusi euler pada kasus gerak jatuh bebas tanpa hambatan udara.

Table 3 tabel nilai error solusi eksak dan solusi numerik euler

ti	v error	y error	h error
0	0	0	0
0,1	0	0,049	0
0,2	0	0,098	0
0,3	0	0,147	0
0,4	0	0,196	0
0,5	0	0,245	0
0,6	0	0,294	0
0,7	0	0,343	0
0,8	0	0,392	0
0,9	0	0,441	0
1	0	0,49	0
1,1	0	0,539	1
1,2	0	0,588	1
1,3	0	0,637	1
1,4	0	0,686	1
1,5	0	0,735	1

Pada tabel diatas ditunjukkan nilai eror dari iterasi 1 sampai di iterasi 5 perbandingan antara v_{eksak} dengan v_{euler} diperoleh nilai pada $v_{1error} = 0$ dan pada $v_{10error} = 0$

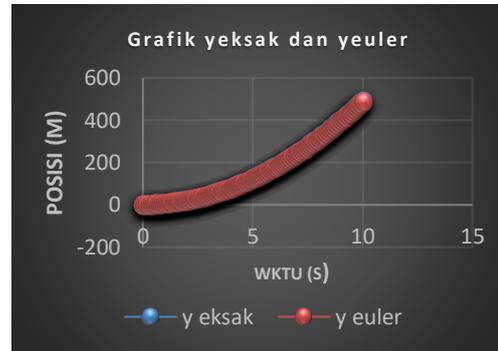


Grafik diatas menunjukkan nilai kecepatan benda jatuh pada saat 10 detik pertama pada solusi eksak dan solusi euler memiliki nilai sama yaitu 100 m/s^2 .

Kemudian untuk perbandingan antara y_{eksak} dan y_{euler} diperoleh nilai error $y_{1error} = 0$ dan pada $y_{10error} = 4,9$ dan dapat di lihat pada grafik berikut

posisi benda jatuh pada $t=10$ diperoleh nilai y_{eksak} sebesar 490 m dan y_{euler} 485,1 m pada kasus ini memiliki selisih sebesar 4,9.

Didapatkan juga pebandingan antara h_{eksak} dan h_{euler} dengan ketinggian awal sebesar 600 m diperoleh nilai error $h_{1error} = 0$ dan pada $h_{10error} = 5$ dapat dilihat pada grafik berikut



Pada ketinggian awal 600 m kemudian dijatuhkan pada $t=10$ diperoleh h_{eksak} sebesar 110 m dan h_{euler} sebesar 114,9 m terdapat perbedaan antara keduanya



dengan nilai selisih sebesar 5.

Kesimpulan

Dari hasil yang diperoleh maka dapat disimpulkan bahwa Gerak jatuh bebas benda yang jatuh dalam ketinggian awal 600 m dapat dicari menggunakan metode euler dengan bantuan komputer pada perangkat microsoft excel 2013. Dengan fitur-fitur yang memudahkan dalam menghitung data numerik yang sesuai dengan fenomena fisika dapat ditemukan solusi tentang berapakah kecepatan benda pada saat 10 detik pertama dari posisi awal benda jatuh dan diperoleh hasil kecepatan sebesar 100 m/s^2 . Selain itu juga dapat diperoleh hasil dari grafik yang dapat ditampilkan berupa grafik kecepatan, posisi,

dan ketinggian terhadap waktu. Nilai error yang diperoleh dari metode euler dan solusi eksak tidak terlalu signifikan yaitu sebesar 0 pada kecepatan , 4,9 pada posisi dan 5 pada ketinggian benda saat 10 detik pertama dari benda jatuh mengakibatkan metode euler yang digunakan cukup teliti untuk mencari solusi pada persamaan gerak jatuh bebbas tanpa hambatan udara.

Daftar Pustaka

- Azis, R.S, & Ramli, I. (2021). Implementasi Metode Euler Pada Gerak Pegas Dengan Menggunakan Scilab. *Applied physics of cokroamonito palopo*,2 (1), 9-14
- A. Triatmodjo, Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer, Yogyakarta: Beta Offset, 2012
- Effendi .S, Pambudi W.S., Minarni Y., (2013) “Aplikasi Kinematik pada Simulasi Pergerakan Robot Arm Manipulator 3 DOF (Degree of Freedom)”, *Jurnal Manajemen Informatika Vol. VI No.2, Politeknik Negeri Sriwijaya Palembang*, pp.34-38
- Maiyena S, (2011), “Penggunaan Metode Euler Pada Persamaan Diferensial Orde Dua Pada Rangkaian Listrik Seri LC”, *Jurnal Sainstek Vol.III No.2:176-181, ISBN : 2085-8019,*
- Pambudi W. S., Purwanto D., Sardjono T.A., (2011), “Pengembangan Sistem Penghindar Halangan Dinamis Menggunakan Metode Anfis pada Simulasi Three Wheels Omni-Directional Mobile Robot”, *Prosiding Seminar Nasional Sistem dan Teknologi Informasi (SNASTI 2011), Surabaya*, pp. ICCS 1-9.
- Permatasari, N.B, Bawono, D.S & Puspitasari, F. (2018). Gerak jatuh bebas. *Prodi D3 metrologi dan instrumentasi*. Universitas Gajah Mada, Yogyakarta, Indonesia
- Putri, A. R (2015). Optimalisasi penggunaan microsoft Excel Untuk Pengolahan Nilai Raport di SMAN 1 Ngunut Tulungagung. *J-ADIMAS (jurnal pengabdian kepada masyarakat)*, 3(1).
- S. Suparno, *Komputasi untuk Sains dan Teknik: Dalam Matlab*, 3 penyunt., Jakarta: Universitas Indonesia, 2007.