Jurnal Ilmu Fisika dan Pembelajarannya (JIFP), Vol. 2, No.1, Juni 2018, 17-20

DINAMIKA GANGGUAN SKALAR ORDE KE-NOL PADA MODEL INFLASI STAROBINSKY MENGGUNAKAN FORMALISME ARNOWITT-DESER-MISNER (ADM)

Jesi Pebralia, Iful Amri

Pendidikan Fisika, Universitas Islam Negeri Raden Fatah Palembang, Palembang, Indonesia

jesipebralia@radenfatah.ac.id

Abstrak

Penelitian ini membahas dinamika gangguan skalar pada model inflasi Starobinsky dengan menggunakan formalisme Arnowitt-Deser-Misner (ADM) pada masa inflasi kosmik. Tujuan dari penelitian ini ialah untuk mendapatkan bentuk persamaan gerak medan skalar orde ke-nol pada model inflasi Starobinsky dan membandingkannya dengan bentuk persamaan gerak medan skalar pada model inflasi medan skalar secara umum. Analisis awan penelitian dilakukan dengan cara menerapkan metrik ADM pada aksi skalar-tensor dan menerapkan teori gangguan pada metrik tersebut sehingga didapat aksi skalar-tensor orde kedua. Analisis penelitian kemudian dilanjutkan dengan menerapkan metrik ADM pada aksi kurvatur-skalar dan menerapkan teori gangguan pada metrik tersebut sehingga didapat aksi skalar-tensor orde kedua. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa pada masa inflasi kosmik nilai konstanta Hubble H konstan.

Kata kunci : Gangguan Skalar, Inflasi Starobinsky, Formalisme ADM.

PENDAHULUAN

Alam semesta harus mengalami dua fase percepatan kosmik. Fase pertama dinamakan inflasi kosmik yang terjadi sebelum masa dominasi radiasi dan fase kedua adalah dimulai setelah masa dominasi materi (De Felice dan Tsujikawa, 2010). Fase inflasi tidak hanya dapat menyelesaikan persamalahan horizon dan masalah *flatness*, tetapi juga dapat menjelaskan bagaimana ketidakisotropisan spektrum temperatur radiasi foton pada radiasi latar belakang gelombang mikro (CMB) terjadi.

Radiasi latar belakang gelombang mikro (CMB) yang berasal 380.000 tahun setelah masa inflasi menunjukkan adanya koreksi distribusi temperatur foton yang tidak seragam. Koreksi terhadap temperatur foton tersebut dipandang sebagai suatu gangguan medan gravitasi yang mempengaruhi distribusi partikel-partikel penyusun alam semesta (dodelson, 2003).

Adanya koreksi terhadap temperatur foton dalam CMB dan formasi dari struktur skala besar yang teramati pada saat ini dipercaya berasal dari suatu gangguan kuantum yang berkembang dengan sangat cepat selama masa inflasi. Gangguan ini dapat berupa gangguan pada metrik dan juga gangguan pada materi. Gangguan pada metrik dapat berupa gangguan skalar, vektor, maupun tensor. Persamaan gerak dari gangguan dapat dicari melalui persamaan Einstein ataupun melalui pendekatan aksi.

Untuk menggambarkan dinamika dari gangguan diperlukan suatu metrik yang dikombinasikan dengan suatu bentuk materi tertentu yang bertanggung jawab terhadap terjadinya inflasi. Terdapat berbagai macam bentuk metrik yang dapat digunakan untuk menggambarkan dinamika alam semesta diantaranya metrik Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW) yang menggambarkan dinamika ruang-waktu dengan bagian ruang yang mengembang (dodelson, 2003), (kundu,2012), metrik spherical symmetry, metrik Arnowitt-Deser-Misner (ADM) (arnowitt, dkk. 1962), dan lain-lain. Setiap metrik dipilih berdasarkan kelebihan-kelebihan yang dimiliki.

Adapun penerapan metrik ADM telah banyak digunakan untuk menggambarkan dinamika gangguan kuantum. Formalisme ADM merupakan cara menggambarkan ruang-waktu menjadi lembaran-lembaran hypersurface untuk waktu yang konstan. Formalisme ADM merupakan formalisme yang paling umum untuk menggambarkan dinamika ruang-waktu. Misalnya penerapan metrik ADM untuk aksi skalar-tensor dimana kurvatur skalar terkopel dengan medan skalar (Maldacena, 2003), (Baumann, 2009).

Untuk menggambarkan interaksi antara materi dengan gravitasi dapat menggunakan prinsip aksi. Aksi dari masing-masing gangguan dapat diekspansi sampai orde berapapun. Oleh karena aksi untuk menggambarkan inflasi merupakan kombinasi antara bagian materi yang menyebabkan inflasi dengan bagian gravitasi, maka dalam hal ini penulis akan menggunakan medan skalar sebagai model yang paling sederhana sebagai penyebab terjadinya inflasi. Kemudian untuk bagian gravitasi, penulis akan memodifikasi bagian kurvatur skalar dengan mengambil model Starobinsky. Berdasarkan penjelasan di atas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang gangguan kosmologi untuk fluktuasi skalar menggunakan formalisme ADM pada masa inflasi kosmik dengan menggunakan aksi kurvatur skalar orde ke-nol untuk model Starobinsky yang terkopel dengan medan skalar.

AKSI KURVATUR SKALAR MODEL STAROBINSKY

Model inflasi Starobinsky merupakan model inflasi dengan memodifikasi bagian gravitasi dengan menambahkan faktor R^2 pada bagian aksi kurvatur skalar (Starobinsjy, 1980). Aksi kurvatur skalar model Starobinsky dalam formalisme ADM dinyatakan oleh,

$$S=\frac{1}{2}\int d^4x\,\sqrt{h}N\Big[R^{(3)}+\frac{1}{N^2}\left(E_{ij}E^{ij}-E^2\right)+\frac{1}{N^2}\left(\dot{\Phi}-N^i\partial_i\Phi\right)^2-h^{ij}\partial_i\Phi\partial_j\Phi-2V(\Phi)\Big]$$

Dengan menggunakan pendekatan teori gangguan, diperoleh aksi kurvatur skalar model Starobinsky orde kedua sebagai berikut,

$$S=\frac{1}{2}\int d^4x\,\sqrt{h}N\Big[R^{(3)}+\frac{{R^{(3)}}^2}{6M^2}+\frac{1}{N^2}\left(E_{ij}E^{ij}-E^2\right)+\frac{1}{3M^2N^2}R^{(3)}\left(E_{ij}E^{ij}-E^2\right)+\frac{1}{6M^2N^4}\left(E_{ij}E^{ij}-E^2\right)^2+\frac{1}{N^2}\left(\dot{\Phi}-N^i\partial_i\Phi\right)^2-h^{ij}\partial_i\Phi\partial_j\Phi-2V(\Phi)\Big].$$

RAPAT HAMILTONIAN

Dinamika gangguan skalar diperoleh dengan terlebih dahulu melakukan studi awal terhadap rapat hamiltonian sistem. Pada model inflasi Starobinsky, rapat hamiltonian sistem dinyatakan oleh persamaan berikut,

$$\mathcal{H}=2\pi^{ij}E_{ij}-2N_j\nabla_i\left(h^{-\frac{1}{2}}\pi^{ij}\right)-\frac{1}{2}\sqrt{h}N\Big[R^{(3)}+\frac{{R^{(3)}}^2}{6M^2}+\frac{1}{N^2}\left(E_{ij}E^{ij}-E^2\right)+\frac{1}{3M^2N^2}R^{(3)}\left(E_{ij}E^{ij}-E^2\right)+\frac{1}{6M^2N^4}\left(E_{ij}E^{ij}-E^2\right)^2+\frac{1}{N^2}\left(\dot{\Phi}-N^i\partial_i\Phi\right)^2-h^{ij}\partial_i\Phi\partial_j\Phi-2V(\Phi)\Big]$$

PERSAMAAN KENDALA

Persamaan kendala sistem diperoleh dengan cara menurunkan rapat hamiltonian terhadap pengali Lagrange sistem. Pada penelitian ini, penulis menggunakan formalisme ADM untuk mengidentifikasi dinamika dari gangguan skalar. Formalisme ADM merupakan formalisme yang efektif digunakan karena membagi ruang-waktu empat dimensi ke dalam domain lembaran-lembaran ruang tiga dimensi yang disebut sebagai *hypersurface* dengan masing-masing yang konstan pada setiap lembarannya. Metrik ADM berbentuk,

$$ds^2 = -(N^2 - N_i N^i)dt^2 + 2N_i dx^i dt + h_{ij} dx^i dx^j$$

Terdapat tiga variabel yang merupakan ciri dari metrik ADM yaitu h_{ij} yang merupakan metrik ruang pada *hypersurface*, N yang merupakan fungsi Lapse, dan N_i yang merupakan *shift vector*. Dari ketiga variabel pada metrik ADM, dua variabel diantaranya merupakan pengali Lagrange. Pengali Lagrange pada metrik ADM yaitu varibel N dan N_i.

Pada penelitian ini terdapat dua buah persamaan kendala yang dicari, yaitu persamaan kendala jenis pertama yang diperoleh dengan menurunkan rapat hamiltonian sistem terhadap fungsi Lapse dan persamaan kendala jenis kedua yang diperoleh dengan menurunkan rapat hamiltonian sistem terhadap *shift vector*. Persamaan kendala jenis pertama, yaitu:

$$R^{(3)} + \frac{{R^{(3)}}^2}{6M^2} - \frac{1}{N^2}\left(E_{ij}E^{ij} - E^2\right) - \frac{1}{3M^2N^2}R^{(3)}\left(E_{ij}E^{ij} - E^2\right) - \frac{1}{2M^2N^4}\left(E_{ij}E^{ij} - E^2\right)^2 = 0$$

Persamaan kendala jenis kedua, yaitu:

$$\nabla_i\left\{\frac{1}{N}\left(h_{il}E^{ij} - \delta_l^j E\right) + \frac{1}{3M^2N}R^{(3)}\left(h_{il}E^{ij} - \delta_l^j E\right) + \frac{1}{3M^2N^3}\left(E_{ij}E^{ij} - E^2\right)\left(h_{il}E^{ij} - \delta_l^j E\right)\right\} = 0$$

SOLUSI PERSAMAAN KENDALA

Solusi persamaan kendala diperoleh dengan menerapkan Maldacena gauge yang berbentuk,

$$\delta\Phi = 0$$

$$h_{ij} = a^2\left(e^{2\varsigma}\delta_{ij}\right)$$

$$\dot{h}_{ij} = 2a^2(H + \dot{\varsigma})e^{2\varsigma}\delta_{ij}$$

1. Solusi Persamaan Kendala Jenis Pertama Orde ke-Nol

$$3H^2\left(1 - \frac{3H^2}{M^2}\right) - \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi) = 0$$

Model inflasi Starobinsky dengan aksi yang mengandung bagian kurvatur skalar memberikan persamaan gerak gangguan skalar yang terdiri dari bagian potensial gangguan skalar, konstanta massa (M) , dan konstanta Hubble (H). Persamaan solusi persamaan kendala jenis pertama orde ke nol mempunyai bentuk yang menyerupai persamaan Friedmann dengan faktor tambahan $\frac{9H^4}{M^2}$.

2. Solusi Persamaan Kendala Jenis Kedua Orde ke-Nol

$$\nabla_i\left\{\left[\left(-2H\delta_j^i\right) + \frac{4H^3}{M^2}\delta_j^i\right]\right\} = 0$$

Pada persamaan solusi persamaan kendala jenis kedua orde ke nol mengharuskan turunan fungsi (H) terhadap domain ruang sama dengan nol. Hal ini sesuai dengan definisi konstanta $(H = H(t))$ yang merupakan fungsi dari waktu.

KESIMPULAN

Dengan menerapkan formalisme ADM pada aksi kurvatur skalar model Inflasi Starobinsky diperoleh bentuk persamaan gerak gangguan skalar orde ke-nol sebagai berikut,

$$3H^2\left(1 - \frac{3H^2}{M^2}\right) - \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi) = 0$$

Persamaan solusi persamaan kendala jenis pertama orde ke nol merupakan persamaan dinamika medan skalar yang menyerupai persamaan Friedmann dengan faktor tambahan yaitu $\frac{9H^4}{M^2}$. Sedangkan persamaan solusi persamaan kendala jenis kedua orde ke nol menunjukkan bahwa turunan konstanta Hubble (H) terhadap domain ruang bernilai nol, hal ini sesuai dengan teori inflasi medan skalar secara umum bahwa konstanta Hubble hanya merupakan fungsi dari waktu, yaitu H = H(t).

DAFTAR PUSTAKA

Arnowitt, R., dkk. (1962). The Dynamics of General Relativity. Gravitation: an introduction to current research.

Baumann, D. (2009). Tasi lectures on inflation. arXiv preprint arXiv:0907.5424.

De Felice, A., dan Tsujikawa, S. (2010). $f(R)$ Theories.

Dodelson, S. (2003). Modern cosmology. Academic press.

Kundu, S. (2012). Inflation with general initial conditions for scalar perturbations. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2012(02):005.

Maldacena, J. (2003). Non-gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models. Journal of High Energy Physics, 2003(05):013.

Starobinsky, A. A. (1980). A new type of isotropic cosmological models without singularity. Physics Letters B, 91(1):99–102