Jurnal Pendidikan Matematika RAFA
p-ISSN :2460-8718
e-ISSN : 2460-8726
Available online at:
http://jurnal.radenfatah.ac.id/index.php/jpmrafa
December 2023, 8(2): 123-136

Metode geometris cina kuno dalam desain pembelajaran pythagoras berbasis pemecahan masalah sejarah matematika pada *jiuzhang suanshu*

Achmad Dhany Fachrudin[1)*], Dwi Juniati[2)], Siti Khabibah[3)]

[1)] Pendidikan Matematika, STKIP PGRI Sidoarjo, Jawa Timur, Indonesia [2)] Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya,
*email korespondensi: dh4nyy@gmail.com
(*Received 19-12-2022, Reviewed 21-06-2023, Accepted 30-12-2023*)

Abstract

This study examines how the History of the Pythagorean theorem, particularly from ancient China, might serve as a source of inspiration for instructional design. Based on historical examples and problem-solving from the history of mathematics in Jiuzhang Shuanshu, we attempt to organize instructional assignments for seventh-grade secondary school students and its significance in enhancing students' knowledge of the Pythagorean theorem. We discuss the preliminary investigations and the teaching experiments of the three major phases of design-based research. The fundamental concept of instructional design is to introduce historical geometric manipulation and solve the right triangle issue in Liu Hui's style (3rd century CE). The objective of teaching geometric manipulation is to combine students' symbolic algebraic reasoning with their visual understanding of Pythagorean Theorem. In this study, we compared the Hypothetical Learning Trajectory (HLT) to Actual Learning Trajectory (ALT) to know how the design work. The findings of this study indicate that history-based problems as a context in the developed learning design gives students the opportunity to study the Pythagorean theorem in a meaningful way.

Keywords*: Design-based Research, Pythagoras, Ancient China, Jiuzhang Shanshu.*

Abstrak

Studi ini mengkaji bagaimana Sejarah teorema Pythagoras, khususnya dari Cina kuno, dapat berfungsi sebagai sumber inspirasi untuk desain instruksional. Berdasarkan contoh sejarah dan pemecahan masalah dari sejarah matematika di *Jiuzhang Shuanshu*, dikembangkan serangkaian tugas instruksional untuk siswa sekolah menengah kelas tujuh dan bagaimana perannya dalam meningkatkan pengetahuan siswa tentang teorema Pythagoras. Dalam artikel ini dibahas *preliminary investigations* and *teaching experiments* dari tiga fase utama penelitian *design-based research*. Konsep dasar dari desain yang dikembangkan adalah untuk memperkenalkan manipulasi geometris historis dan memecahkan masalah segitiga siku-siku menurut metode geometris Liu Hui (abad ke -3 M). Tujuan pengajaran manipulasi geometris adalah untuk menggabungkan penalaran aljabar simbolis siswa dengan pemahaman visual mereka tentang Teorema Pythagoras. Dalam penelitian ini, kami membandingkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dengan *Actual Learning Trajectory* (ALT) untuk mengetahui bagaimana peranan desain yang dikembangkan. Temuan penelitian ini menunjukkan bahwa masalah berbasis sejarah sebagai konteks dalam desain pembelajaran yang dikembangkan memberikan kesempatan kepada siswa untuk mempelajari teorema Pythagoras secara bermakna.

Kata kunci: *Design-based Research*, Pythagoras, Cina Kuno, *Jiuzhang Shanshu*.

PENDAHULUAN

Sejarah matematika menyediakan berbagai situasi dan masalah bagi siswa untuk mendapatkan pengalaman dan pemahaman yang kaya tentang perkembangan dan hubungan antar konsep matematika. Permasalahan serta proses perkembangan konsep matematika yang dihadapi matematikawan terdahulu, akan relevan dengan perkembangan kognitif siswa dalam memahami konsep matematika saat ini (Lispika, 2022). Hal ini menjadi salah satu alasan beberapa peneliti untuk melakukan integrasi sejarah matematika dalam pembelajaran. Sebagai contoh, Abadi & Fiangga (2018) menggunakan perspektif sejarah untuk merancang kegiatan pembelajaran pada topik integral. Radford & Guérette, (2000) mengembangkan pembelajaran persamaan kuadarat yang terinspirasi oleh Pendekatan Babilonia kuno. Di sisi lain, pendekatan Babilonia dengan perspektif yang berbeda untuk mengembangkan desain pembelajaran (Fachrudin et al., 2018). Hasil dari semua studi tersebut, sejalan dengan pernyataan Man-Keung (2000) yang menyebutkan bahwa penggunaan sejarah matematika di kelas akan mampu mendorong pembelajaran matematika menjadi lebih bermakna. Oleh karena itu, kondisi ini akan membuat proses belajar menjadi lebih mudah dan siswa lebih termotivasi untuk belajar. Sejarah matematika juga kaya akan informasi bagi siswa untuk mendapatkan pengalaman dan pemahaman tentang pengembangan konsep-konsep matematika.

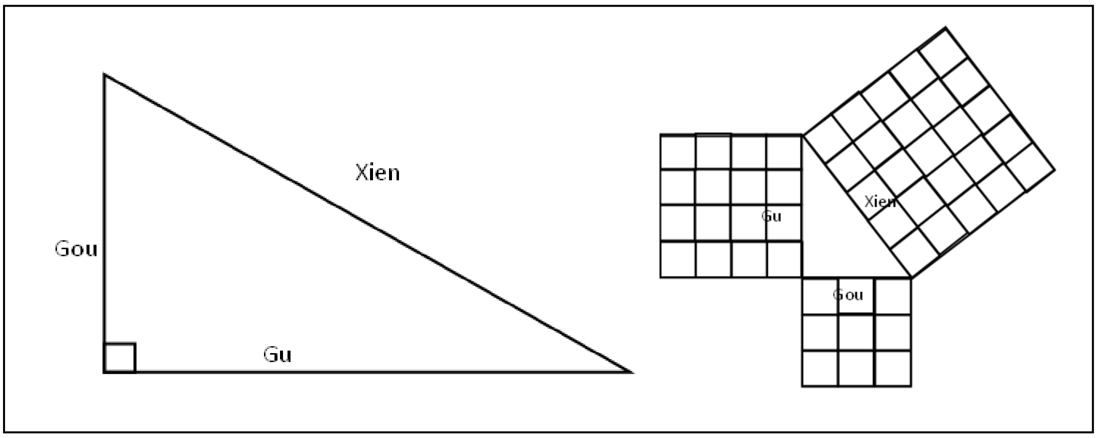
Salah satu topik sejarah matematika yang direkomendasikan oleh Katz (2000) untuk diintegrasikan dalam pembelajaran matematika adalah topik *Gou Gu* atau segitiga siku-siku pada buku sejarah *Jiuzhang suanshu*, dikenal juga sebagai "*Nine Chapter*", untuk mempelajari teorema Pythagoras. Pada buku tersebut terdapat 24 pemecahan masalah matematika tentang sifat-sifat segitiga siku-siku. Liu Hui, salah satu tokoh sejarah matematika dari Cina pada sekitar abad III, memberikan kajian pada bab terakhir dari "*Nine Chapter*" tentang bagaimana memahami Pythagoras dengan metode manipulasi geometris untuk memecahkan berbagai masalah yang berkaitan dengan segitiga siku-siku pada *Gou Gu*.

Pada konten matematika yang berkenaan dengan penggunaan simbol aljabar, (Guevara-Casanova & Burgues-Flamarich, 2018) menekankan untuk mengawalinya dengan memperkenalkan manipulasi geometri dalam mendukung penalaran visual siswa daripada menghitung dengan simbol aljabar secara langsung. Di sisi lain, penggunaan pemecahan masalah pada "*Nine Chapter"* dapat mendukung pemahaman penalaran visual atau geometris siswa. Oleh karena itu, melalui manipulasi geometris pada pemecahan masalah berdasarkan metode yang dikenalkan oleh Lui Hui dalam pemecahan masalah Pythagoras atau segitiga siku-siku pada *Gou Gu*, siswa dapat mengasosiasikan pemikiran aljabar simbolik mereka dengan pemikiran visual pada bentuk geometris untuk membangun pemahaman mereka terkait Teorema Pythagoras.

Penggunaan manipulasi geometris akan menjadi jembatan bagi siswa dalam mengembangkan pengetahuan aljabarnya dari pengetahuan geometri yang telah dibangun sebelumnya. Studi (Guevara-Casanova & Burgues-Flamarich, 2018) menunjukkan bahwa cara memperkenalkan aljabar dalam kaitannya dengan interpretasi geometri dapat membantu pemahaman siswa. Sementara itu, (Radford & Guérette, 2000) juga berpendapat bahwa penggunaan pendekatan geometri dari sejarah matematika memberikan konteks yang berguna untuk membantu siswa mengembangkan makna dari simbol-simbol aljabar dalam matematika.

Di sisi lain, jika dilihat dari fakta berdasarkan *Program International Student Assessment* (PISA) siswa Indonesia pada konten *space and shape* atau geometri, sekitar 70% siswa Indonesia berada di level 1 ke bawah (OEDC, 2019). Hal ini berarti kemampuan siswa Indonesia berada pada tahap baru menerapkan keterampilan penalaran geometis yang masih sangat rendah. Oleh karena itu, melalui berbagai tugas matematika berbasis sejarah, khususnya masalah *Gou Gu* pada *Jiuzhang Shuanshu* dan metode manipulasi gemtris, peneliti mencoba merancang serangkaian tugas instruksional untuk mempelajari teorema Pythagoras. Mengenai manipulasi geometri, diharapkan siswa dapat mengasosiasikan pemikiran aljabar simbolik mereka dengan pemikiran visual tentang bentuk geometris untuk membangun pemahaman mereka terkait Teorema Pythagoras. Di sisi lain, melalui berbagai konteks dan permasalahan yang bersumber dari sejarah matematika, siswa memiliki kesempatan untuk mengembangkan kemampuan literasi matematis atau numerasinya (Wahyu & Mahfudy, 2016).

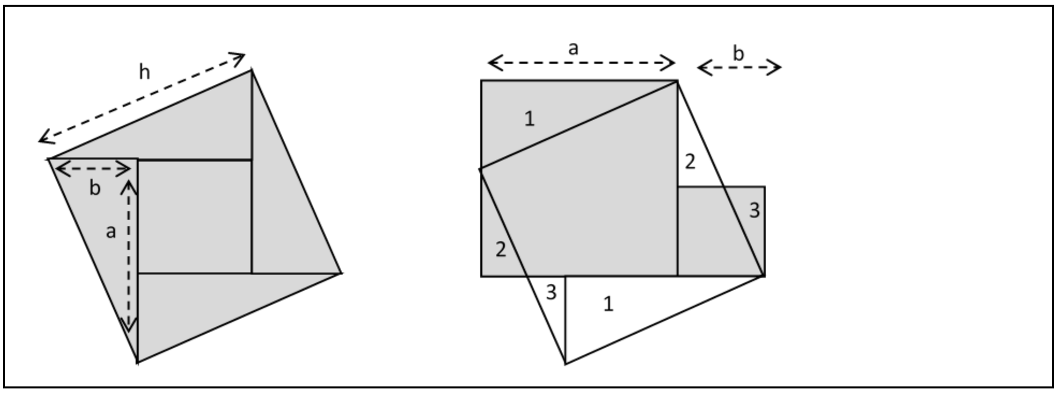
Jiuzhang suanshu atau dikenal dengan *nine chapter of mathematical art* adalah karya matematikawan Cina kuno yang terdiri dari sembilan bagian yang berbeda. Pada bab terakhir, atau disebut juga bab *Gou Gu*, terdiri dari dua puluh empat pemecahan masalah tentang sifat-sifat segitiga siku-siku (Swetz & Kao, 1977). Dalam Gou Gu dijelaskan bahwa sisi terpendek yang berdekatan dengan sudut siku-siku disebut ***Gou***. Sisi yang lebih panjang yang berdekatan dengan sudut siku-siku disebut ***Gu***. Sisi yang berhadapan dengan sudut siku-siku disebut ***Xien*** (Hipotenusa). ***Gou*** lebih pendek dari ***Gu***, dan ***Gu*** lebih pendek dari ***Xien*** (**Gambar 1**).



Gambar 1. Segitiga dalam *Jiuzhang* intepretasi dan geometris Liu

Penjelasan yang terdapat pada *Nine-Chapter* adalah Tambahkan persegi dari *Gou* dan *Gu*, maka jumlahnya adalah sama dengan (persegi) *Xien. Liu Hui* menjelaskan dengan contoh segitiga yang memiliki pasangan sisi 3, 4 dan 5 dengan menunjukkan bahwa jumlah luas persegi *Gou* dan *Gu* sama dengan luas persegi *Xien* (Katz, 2008) (**Gambar 1**).

Berikut ini adalah pembahasan Liu Hui tentang solusi masalah segitiga siku-siku yang tersaji pada *Gou Gu* dengan menggunakan manipulasi geometris. Hal ini menjadi bukti bahwa Cina kuno sudah mengenal teorema Pythagoras pada masa itu. Interpretasi geometris argumen Liu (Katz, 2008) yang merupakan bukti teorema Pythagoras, disajikan pada **Gambar 2**.



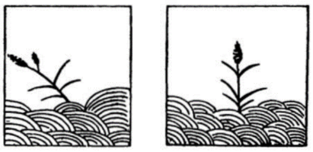
Gambar 2. Representasi geometris *Liu* penyelesaian *Gou Gu* pada *Nine chapter*

Berdasarkan **Gambar 1**, Liu ingin menunjukkan bahwa secara aljabar $h^2 = a^2 + b^2$ dan $h^2 = (a - b)^2 + 2ab$

Dengan memperhatikan representasi geometris dari argumen Liu, kita dapat menyimpulkan bahwa ahli matematika dari Cina kuno telah mengetahui konsep dasar dalam teorema Pythagoras dan bahkan salah satu identitas bentuk aljabar sederhana.

Di sisi lain, Liu Hui juga memberikan penjelasan manipulasi geometris dari masalah keenam *Gou Gu* pada *Nine Chapter*.

in the center of a square pond whose side is 10 *Chi* (feet), grows a reed whose top reaches 1 *Chi* above the water level. if we pull the reed toward the bank, its top is even with the water's surface. what is the depth of the pond and the length of the plant?

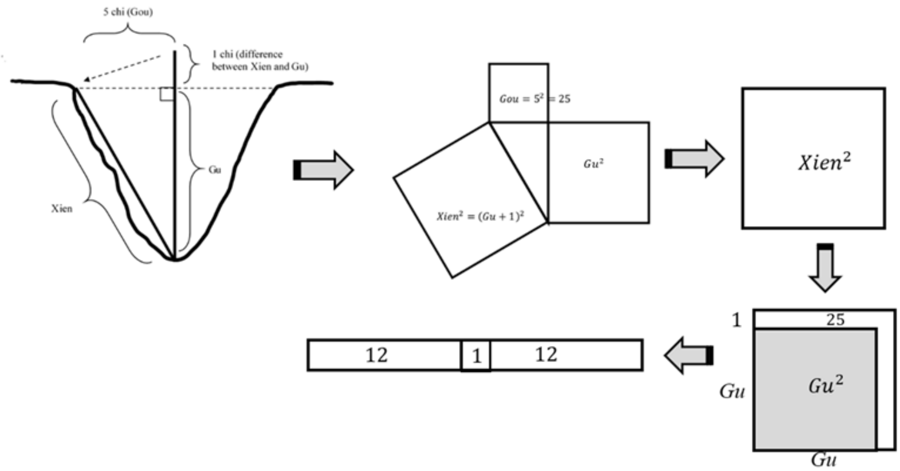


1 Chi = 1 Feet

Terjemah:
Tepat di tengah kolam yang berbentuk persegi dengan panjang sisi 10 kaki, tumbuh pohon bambu yang puncaknya mencapai 1 kaki di atas permukaan air. Jika kita menarik pohon bambu tersebut ke arah tepian, bagian puncaknya akan tepat pada permukaan air. Tentukan kedalaman kolam dan tinggi pohon bambu tersebut? Jelaskan! 1 Chi=1 Kaki

Gambar 3. Soal 6 dari *Gou Gu* (Swetz & Kao, 1977)

Untuk menyelesaikan jenis soal secara aljabar, pada dasarnya siswa membutuhkan pengetahuan terlebih dahulu tentang rumus hasil kali penjumlahan atau selisih aljabar yang mungkin dapat dikatakan merupakan pengetahuan baru bagi siswa yang belajar materi Teorema Pythagoras. Namun, untuk memberikan "jembatan" yang dapat mempermudah pemahaman aljabar siswa, daripada menggunakan perhitungan simbol aljabar, metode manipulasi geometris dapat dikenalkan sehingga siswa dapat membentuk hubungan antara proses aljabar dalam Teorema Pythagoras secara geometris yang mudah dibayangkan oleh siswa sebagaimana diilustrasikan oleh Liu Hui seperti yang dijelaskan oleh (Chemla, 2012; Guevara-Casanova & Burgues-Flamarich, 2018; Katz, 2008; Swetz & Kao, 1977)



Gambar 4. Ilustrasi geometri dan metode untuk menemukan masalah *Gou* dan *Xien*

Dalam hal ini panjang bambu dinyatakan dengan *Xien* dan kedalaman kolam dengan *Gu*. Karena jumlah luas persegi *Gou* dan *Gu* sama dengan luas persegi *Xien*, dengan menempatkan *Gu* dalam *Xien*, kita tahu sisa luas (luas bangun bentuk L atau gnomon, lihat Gambar.4) adalah 25 chi kuadrat. Kemudian dengan melakukan manipulasi bentuk gnomon tersebut menjadi persegi panjang, dengan panjang = 25 chi dan lebar = 1 chi, akan didapatkan bahwa sisi *Gu* sama dengan 12 kaki (**Gambar 4**). Oleh karena itu, diperoleh dengan mudah bahwa panjang sisi *Xien* adalah 13 Chi.

Berdasarkan paparan sebelumnya, peneliti tertarik untuk mengembangkan desain pembelajaran Pythagoras berbasis Pemecahan Masalah Sejarah Matematika pada *Jiuzhang Suanshu* dengan Metode Geometris Cina Kuno. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan bagaimana rangkaian tugas instruksional berbasis sejarah Pythagoras pada *Jiuzhang Shuanshu* dapat mendukung pemahaman siswa pada materi Pythagoras.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah *design-based research*. Tujuan utama dari penelitian ini adalah menghasilkan *Local Instruction Theory* (LIT) (Bakker & van Eerde, 2015) dengan melakukan pengujian *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang telah dikembangkan dengan *Actual Learning Trajectory* (ALT) melalui implementasi *teaching experiment*. Pada dasarnya desain penelitian ini dilakukan melalui tiga fase utama, yaitu *preparation and design, teaching experiment, retrospective analysis*. Namun, pembahasan kami dalam artikel ini kami hanya membahas secara mendalam tentang bagaimana HLT yang dikembangkan pada fase *preparation and design*, dan pengujian terbatas HLT tersebut pada tahapan dari *teaching experiment*.

Penelitian ini dilakukan dengan melibatkan 17 siswa SMP yang memiliki kemampuan matematika heterogen, Aalisis dilakukan dengan membandingkan HLT yang dikembangkan dengan ALT pada tahap *retrospective analysis*. Data yang dikumpulkan berupa hasil pekerjaan siswa, catatan lapangan dan rekaman video. Hasil analisis digunakan untuk melakukan penyempurnaan HLT. Analisis yang disajikan dalam artikel ini adalah kesesuaian antara HLT dan ALT secara kuantitatif serta serta analisis kualitatif yang penting dan menjadi perhatian utama tentang bagaimana konjektur pada HLT berjalan dari kondisi aktual pembelajaran berdasarkan (Bakker & van Eerde, 2015). Selain itu, dideskripsikan juga bagaimana serangkaian tugas berbasis sejarah masalah segitiga dari *Jiuzhang Shuansu* dapat mendukung siswa dalam mengkontruksi pemahaman Pythagoras.

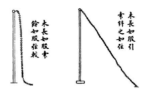
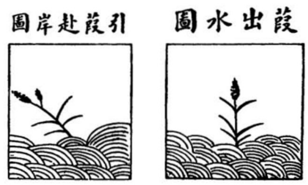
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian awal, akan dijelaskan secara singkat HLT dan konjektur pemikiran siswa yang kami susun untuk mendukung pemahaman siswa dalam Teorema Pythagoras. Selanjutnya, kami akan membahas secara mendalam tentang bagaimana rangkaian tugas yang kami kembangkan dapat mendukung kemampuan penalaran visual dan literasi matematika siswa. Berikut penjelasan rangkaian tugas pembelajaran yang kami kembangkan dan analisis perbandingan antara HLT dan *Actual Learning Trajectories* (ALT).

Tabel 1a. HLT Desain pembelajaran pythagoras berbasis pemecahan masalah sejarah matematika pada Jiuzhang Shuanshu

Aktivitas I	**Deskripsi**	Siswa diminta untuk membuktikan aturan *Gou Gu* menggunakan pemahaman mereka tentang luas. Tujuan dari kegiatan ini adalah untuk menekankan bahwa terdapat berbagai model interpretasi geometri dalam membuktikan bahwa luas *Xien* sama dengan jumlah luas *Gou* dan *Gu* (aturan Gou Gu/ pythagoras)
	Penugasan	Buatlah sebarang segitiga siku-siku dengan persegi yang menempel pada setiap sisinya (pada kertas berpetak). Selanjutnya tunjukkan dan jelaskan bahwa aturan pertama pada Nine Chapter yang dijelaskan Liu Hui benar, dengan cara menggunting persegi Gou dan Gu, dan menempelkannya pada persegi Xien! Tuliskan Panjang segitiga yang kalian buat. Gou = …. cm, Gu= …. cm, Xien = …. cm Apakah aturan pertama dalam Gou Gu yang dijelaskan oleh Liu Hui tersebut hanya berlaku untuk segitiga siku-siku saja? Jelaskan! (tunjukkan jika bukan segitiga siku-siku, aturan tersebut tidak berlaku)

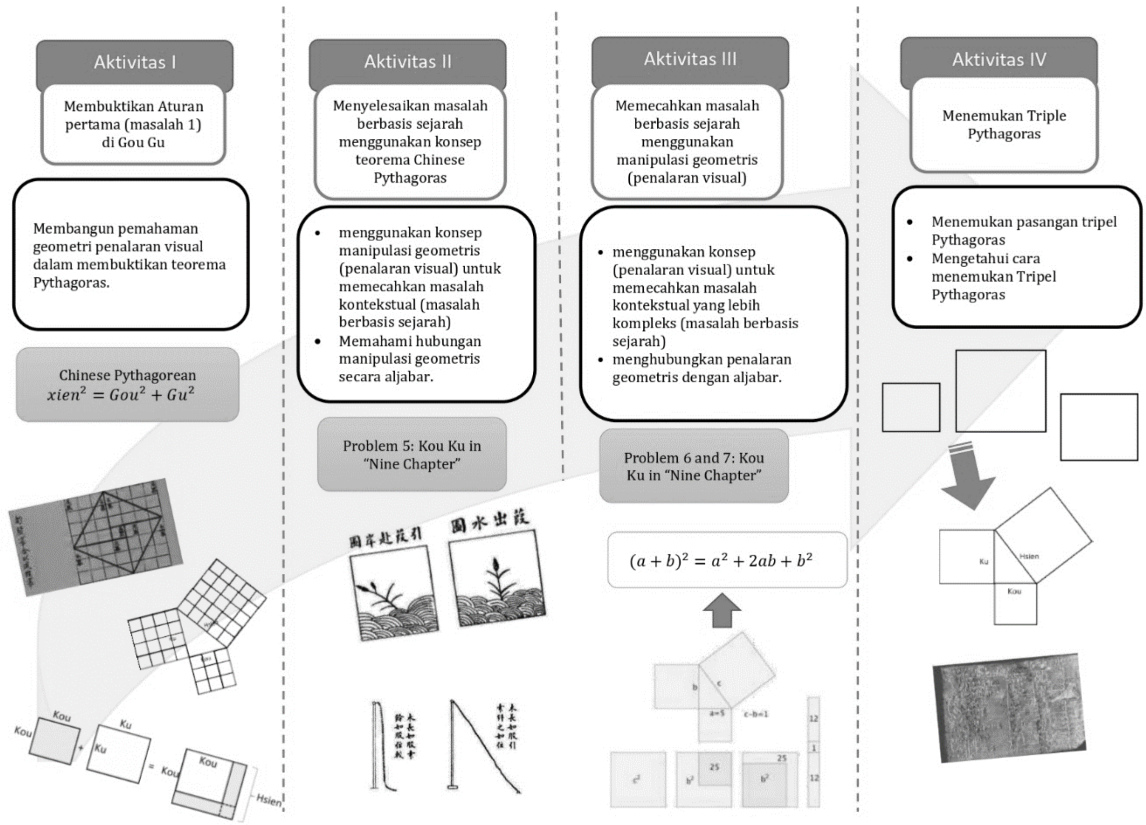
Tabel 1b. HLT Desain pembelajaran pythagoras berbasis pemecahan masalah sejarah matematika pada Jiuzhang Shuanshu

	Konjektur	C1.1 Siswa membuktikan bahwa jumlah luas Gou dan Gu sama dengan luas Xien dengan melakukan manipulasi gemetris. C1.2 Siswa memahami bahwa aturan hubungan jumlah luas Gou dan Gu sama dengan luas Xien berlaku untuk segitiga siku-siku dengan menunjukkan bahwa aturan tersebut tidak berlaku untuk segitiga lancip dan segitiga tumpul. C1.3 Siswa membangun hubungan Gou, Gu, dan Xien secara aljabar
Aktivitas II	**Deskripsi**	Pada aktivitas II siswa diminta untuk memecahkan masalah berbasis konteks yang bersumber dari sejarah Jiuzhang (masalah tiang bendara dan pohon anggur) yang merupakan penerapan konsep aturan segitiga siku-siku dengan menggunakan aturan *Gou Gu.* Tujuan dari kegiatan ini adalah agar siswa mampu memahami metode manipulasi geometris dalam aturan Pythagoras dalam penyelesaian masalah.
	Penugasan	Sebuah tali diikat di atas tiang (lihat gambar). Tali tersebut Panjangnya 17 kaki. Jika kita menarik tali (kencang), ujungnya akan menyentuh tanah pada jarak 8 kaki dari (pangkal) tiang. berapa tinggi tiang tersebut?  Sebuah pohon dengan tinggi 20 kaki memiliki keliling lingkar batang 3 kaki. Jika terdapat sebuah tumbuhan anggur yang tumbuh merambat dan melingkari pohon tersebut sebanyak tujuh kali hingga mencapai puncak pohon, tentukanlah berapa panjang dari tanaman anggur tersebut? (sumber soal, Jiuzhang Shuansu masalah ke-5)
	Konjektur	C2. Siswa dapat menggunakan metode manipulasi geometris berdasarkan aturan Gou Gu untuk menyelesaikan masalah berbasis konteks (dari sejarah matematika)
Aktivitas III	**Deskripsi**	Pada Aktivitas III, siswa diminta untuk memecahkan beberapa masalah segitiga siku-siku kontekstual dari *Gou Gu* (masalah pohon bambu dalam kolam). Tugas yang diberikan memiliki tingkat kesulitan lebih tinggi dari sebelumnya, karena informasi yang diberikan melibatkan perbedaan dua sisi segitiga siku-siku. Dalam tugas ini siswa dihadapkan pada konflik kognitif jika akan menyelesaikan permasalahan secara aljabar (siswa belum mengenal identitas $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$), sehingga mereka harus menyelesaikan permasalahan dengan manipulasi geometris. Serupa dengan tujuan pada tugas sebelumnya, tugas ini jjuga dimaksudkan untuk mendukung penalaran geometris siswa untuk menemukan solusi dari masalah dengan memanipulasi bentuk bangun datar dan pemahaman tentang luas.
	Penugasan	Tepat di tengah kolam yang berbentuk persegi dengan panjang sisi 10 kaki, tumbuh pohon bambu yang puncaknya mencapai 1 kaki di atas permukaan air. Jika kita menarik pohon bambu tersebut ke arah tepian, bagian puncaknya akan tepat pada permukaan air. Tentukan kedalaman kolam dan tinggi pohon bambu tersebut? Jelaskan! (sumber soal: Jiuzhang Shuansu masalah ke-6)  Sebuah tali diikat di atas tiang (lihat gambar). Tali tersebut lebih panjang 3 kaki dari tinggi tiang. jika kita menarik tali (kencang), ujungnya akan menyentuh tanah dengan jarak 8 kaki dari (pangkal) tiang. berapa panjang tali? (sumber soal: Jiuzhang Shuansu masalah ke-7)

Tabel 1c. HLT Desain pembelajaran pythagoras berbasis pemecahan masalah sejarah matematika pada Jiuzhang Shuanshu

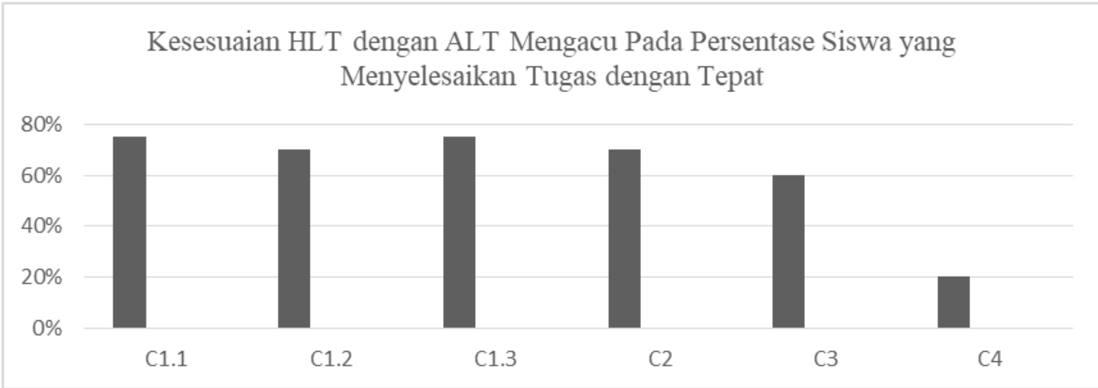
<table>
<tr><td rowspan="4">Aktivitas III</td><td>Konjektur</td><td>C3. Siswa dapat menggunakan metode manipulasi geometris berdasarkan aturan Gou Gu untuk menyelesaikan masalah berbasis konteks dengan level kognitif lebih tinggi (yang bersumber dari sejarah matematika).</td></tr>
<tr><td>Deskripsi</td><td>Siswa menyusun pasangan persegi menjadi segitiga (untuk mengetahi bahwa hanya tertentu saja yang menjadi sudut siku-siku dan mengetahui berbagai pasangan sisi segitiga siku-siku atau tripel Pythagoras. Memperoleh pengetahuan variasi bilangan triple Pythagoras dan bagaimana cara mendapatkannya.</td></tr>
<tr><td>Penugasan</td><td>Tentukan sebanyak-banyaknya pasangan sis segitiga siku-siku yang dapat kalian temukan yang memenuhi hubungan Teorema Pythagoras secara baik secara geometris maupun aljabar.
<table>
<tr><td>Gou/ sisi siku-siku 1</td><td>Gu/ sisi siku-siku 2</td><td>Xien/ Hipotenusa</td></tr>
<tr><td>3 satuan</td><td>4 satuan</td><td>5 satuan</td></tr>
<tr><td>…</td><td>…</td><td>…</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Konjektur</td><td>C4. Siswa mampu menyusun pasangan persegi sehingga didapatkan bilangan triple Pythagoras (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17) dll</td></tr>
</table>

HLT tersebut secara ringkas dapat diilustrasikan pada gambar berikut



Gambar 5. HLT pembelajaran Pythagoras dengan berbasis pemecahan masalah

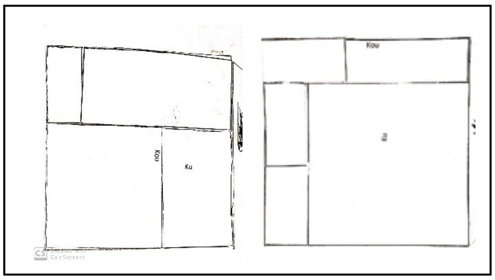
Berikut ini adalah data persentase capaian kesesuaian antara konjektur yang dibuat pada HLT dibandingkan dengan ALT berdasarkan tugas yang dapat diselesaikan oleh siswa.



Gambar 6. Kesesuaian HLT dengan ALT mengacu pada persentase siswa

Berdasarkan data deskriptif kuantitatif di atas dapat disimpulkan bahwa *learning trajectory* sebenarnya sudah berjalan sesuai dengan konjektur pada HLT, kecuali tugas-tugas pada aktivitas IV. Konjektur pada aktivitas ini, yaitu menemukan pasangan tripel Pythagoras, tidak tercapai karena terdapat kesalahan ukuran media yang digunakan dalam penelitian. Dikarenakan dalam rangkaian tugas menggunakan ukuran sebenarnya dari media atau alat peraga yang dipersiapkan, triple Pythagoras yang disusun siswa tidak sesuai dengan yang direncanakan. Terkait hal ini, kami tetap mempertahankan penugasan pada aktivitas IV dengan melakukan perbaikan media yang digunakan pada aktivitas IV.

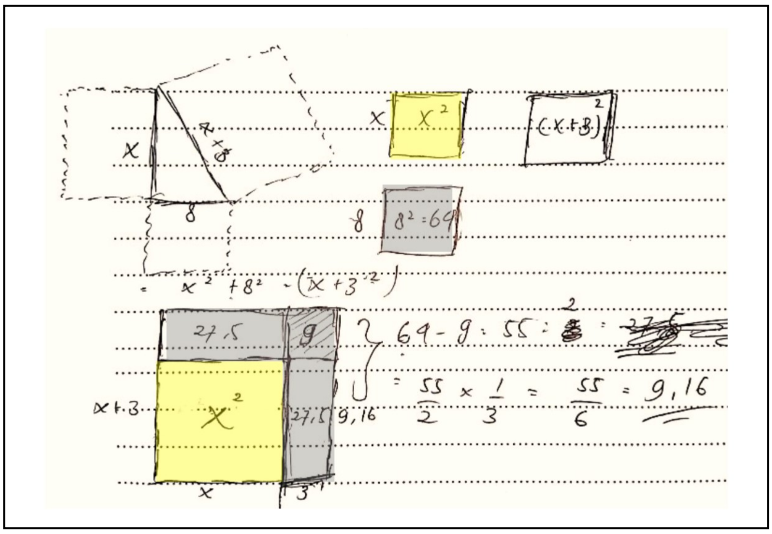
Berikut ini akan dipaparkan deskripsi singkat tentang bagaimana siswa mengkonstruksi pengetahuan Pythagoras dengan cara manipulasi geometris mereka melalui desain pembelajaran yang dikembangkan yang ditunjukkan dengan hasil pekerjaan yang telah dilakukan.



Gambar 7. Contoh pekerjaan siswa pada aktivitas I

Pada aktivitas pertama, melalui pembuktian, siswa akan memahami berbagai model interpretasi geometri untuk menunjukkan bahwa persegi *xien* sama dengan gabungan antara persegi *Gou* dan *Gu*. Berdasarkan **Gambar 7**, kita mengetahui bahwa terdapat dua jenis pembuktian yang dilakukan oleh siswa yaitu memotong *Gou* menggabungkannya pada *Gu* lalu membentuknya menjadi persegi lebih besar, maka diperoleh jumlah luasnya sama dengan Xien dan sebaliknya. Melalui kegiatan ini, siswa diarahkan untuk memahami secara aljabar bahwa hubungan antar sisi segitiga siku-siku adalah $Xien^2 = Gou^2 + Gu^2$ atau secara aljabar dapat ditulis $c^2 = a^2 + b^2$, dengan c sebagai xien atau hipotenusa.

Permasalahan pada Aktivitas III (lihat penugasan pada Aktivitas III pada **Tabel 1**), menjadi salah satu kunci bagaimana siswa dapat mengkonstruksi pemahaman aljabar mereka secara geometris. Berikut adalah contoh pekerjaan siswa dalam menyelesaikan permaslahan *Gou Gu* pada *Jiuzhang* tentang mencari ketinggian bambu di tengah kolam.



Gambar 8. **Manipulasi geometris siswa pada aktivitas III.**

Berdasarkan **Gambar 8**, terlihat bahwa langkah pertama yang dilakukan siswa adalah merumuskan masalah ke dalam bentuk geometri (bentuk matematika). Didapatkan bentuk Segitiga siku-siku dengan satu sisi diketahui (5 *chi*) yang merupakan jarak bambu ke pinggiran kolam dan dua sisi tidak diketahui, dimana satu sisi adalah panjang bambu (sebagai *Xien*) dan kedalaman kolam (sebagai *Gu*). Siswa memisalkan kedalaman kolam sebagai *x chi*, dan ketinggian bambu sebagai *x+1 chi*. Dalam hal ini, siswa menemui konflik kognitif jika langsung menggunakan rumus Pythagoras (atau *Gou Gu* dalam aktivitas sebelumnya) secara aljabar. Hal ini karea terdapat dua sisi yang panjangnya tidak diketahui sehingga jika diterapkan rumus pythagoras akan menghasilkan bentuk persamaan kuadrat (yang belum dipelajari oleh siswa) yang harus diselesaikan.

Terkait hal ini, siswa harus melibatkan konsep manipulasi geometris yang telah dipelajari sebelumnya, yaitu hubungan antara luas persegi *Gou* , *Gu ,* dan *Xien*. Langkah tersebut dilakukan dengan melakukan manipulasi persegi Gou (dengan panjang sisi 5 *chi*) menjadi bentuk *gnomon* (bentuk L) sehingga gabungan antara persegi *Gu* dan dan *gnomon* tersebut membentuk persegi baru yang memiliki luas sama dengan persegi *Xien.* Siswa menganalisis hubungan antara luas *gnomon* dan sisi yang diberikan, mereka menemukan $x = \frac{55}{2} \times \frac{1}{3}$ atau $x = 9{,}16$ (dengan melakukan pembulatan) (lihat **Gambar 5**).

Secara umum desain yang dikembangkan, secara umum *Learning trajectory* yang dirumuskan dapat diimplementasikan dalam pembelajaran yang sesungguhnya. Hal ini menunjukkan bahwa sejarah matematika dapat memperkaya pembelajaran dan membantu siswa dalam mengkontruksi pengetahuan matematis mereka, dalam hal ini konsep Teorema Pythagoras melalui penekanan pada penalaran secara geometris dan hubungannya dengan aljabar. Pelibatan penalaran geometris dalam membentuk konsep aljabar ditekankan oleh beberapa studi seperti (Fachrudin et al., 2018) dan (Radford & Guerette, 2016). Sementara itu, secara umum pada bidang penggunaan *History of Mathematics* (HoM) dalam pembelajaran, studi yang dilakukan ini memperkuat dengan studi sebelumnya yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti yang juga merekomendasikan pengintegrasian HoM dalam pembelajaran di kelas (Fachrudin et al., 2020; French, 2002; Man-Keung, 2000; Radford & Guerette, 2016; Radford & Guérette, 2000; Yuste, 2010). Selain itu, desain yang dikembangkan pada dasarnya menggunakan prinsip penemuan (konsep matematika) kembali ini sejalan dengan (Syutaridho, 2020) yang menggunakan model *discovery learning* dengan temuan bahwa prinsip penemuan kembali pada dasarnya dapat membantu peningkatan kompetensi siswa pada materi Pythagoras..

Di sisi lain, penggunaan masalah berbasis sejarah sebagai konteks dalam desain pembelajaran yang dikembangkan memberi siswa kesempatan untuk mempelajari teorema Pythagoras secara bermakna. Hal ini sejalan dengan pernyataan (Freudenthal, 2006) yang menyatakan bahwa “belajar” atau proses pembentukan pengetahuan akan terjadi ketika bermakna bagi siswa. Di sisi lain, jika dihubungkan dengan salah satu kompetensi penting yang saat ini menjadi fokus perhatian dalam Pendidikan matematika di dunisa yaitu Literasi Matematika melalui studi PISA OECD, dan kemampuan numerasi secara khusus yang diadaptasi oleh kurikulum di Indonesia, HoM berperan penting dalam meningkatkan kemampuan literasi matematis atau numerasi siswa melalui soal-

soal kontekstual di HoM yang diselaraskan dengan tantangan dunia nyata. Selain itu, pemecahan masalah dari HoM juga mendukung kemampuan literasi matematika atau numerasi siswa pada domain kategori proses penyelesaian yang dibutuhkan dalam menghadapi masalaha berbasis konteks (yaitu merumuskan, menggunakan, dan menginterpretasikan matematika dalam berbagai konteks).

SIMPULAN

Penelitian ini mengungkapkan bahwa Pythagoras dari Kuno yang bersumber dari *Jiuzhang Shuanshu* memiliki kekayaan referensi didaktis yang dapat digunakan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika, terutama untuk merancang tugas instruksional atau desain pembelajaran pada meteri teorema Pythagoras. Disamping dapat mendukung konstruksi pengetahuan siswa melalui penalaran geometris, soal berbasis konteks yang terdapat dalam HoM juga dapat membuat siswa merasakan pembelajaran matematika yang bermakna. Oleh karena itu, kami merekomendasikan guru atau peneliti yang fokus dalam pengembangan desain pembelajaran untuk mengintegrasikan sejarah matematika yang dapat meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di kelas. Integrasi yang dimaksud tidak sebatas menyajikan cerita sejarah sebagai motivasi, namun lebih jauh dengan menggunakan konsep sejarah itu sendiri sebagai bahan yang relevan dengan perkembangan konsep matematika siswa sehingga dapat menjadi salah satu alternatif dalam membangun *learning trajectory* dalam pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

Abadi, & Fiangga, S. (2018). Using historical perspective in designing discovery learning on Integral for undergraduate students. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, *296*(1). https://doi.org/10.1088/1757-899X/296/1/012042

Bakker, A., & van Eerde, D. (2015). An introduction to design-based research with an example from statistics education. In *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 429–466). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_16

Chemla, K. (2012). The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam. A sourcebook. *Historia Mathematica*, *39*(3). https://doi.org/10.1016/j.hm.2012.04.003

Fachrudin, A. D., Ekawati, R., Kohar, A. W., Widadah, S., Kusumawati, I. B., & Setianingsih, R. (2020). The shadow reckoning problem from ancient society as context for learning Trigonometry. *Journal of Physics: Conference Series*, *1538*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1538/1/012098

Fachrudin, A. D., Putri, R. I. I., Kohar, A. W., & Widadah, S. (2018). Developing a local instruction theory for learning the concept of solving quadratic equation using Babylonian Approach. *Journal of Physics: Conference Series*, *1108*(1), 1–6. https://

doi.org/10.1088/1742-6596/1108/1/012069

French, D. (2002). *Teaching and learning algebra*. Continuum. https://doi.org/10.5040/9781350933972

Freudenthal, H. (2006). *Revisiting mathematics education* (9th ed.). Kluwer Academic Publisher.

Guevara-Casanova, I., & Burgues-Flamarich, C. (2018). Geometry and visual reasoning. In *Mathematics, Education and History* (ICME-13 Mo, pp. 165–192). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3_9

Katz, V. J. (2000). *Using history to teach mathematics: An internation perspective*. The Mathematical Assocuiation of America.

Katz, V. J. (2008). *A history of mathematics* (3rd ed.). Pearson.

Lispika, L. (2022). Sejarah perkembangan matematika dalam dunia pendidikan. *Journal of Arts and Education*, *2*(2). https://doi.org/10.33365/jae.v2i2.67

Man-Keung, S. (2000). The ABCD of using history of mathematics in the (undergraduate) classroom. *Paleontological Society Papers*, *6*, 3–10.

OEDC. (2019). *PISA 2018 : Insights and Interpretations*. OECD.

Radford, L., & Guerette, G. (2016). Second degree equations in the classroom: A babylonian approach. In *Using History to Teach Mathematics: An International Perspective* (pp. 69–75). The Mathematical Association of America.

Radford, L., & Guérette, G. (2000). Second degree equations in the classroom: A Babylonian Approach. *Using History to Yeach Mathematics : An International Perspective*, *51*.

Swetz, F. J., & Kao, T. I. (1977). *Was pythagoras chinese?: An examination of right triangle theory in Ancient China*. Pennsylvania State University Press.

Syutaridho, S. (2020). Peningkatan hasil belajar matematika dengan model discovery learning pada materi teorema pythagoras. *Jurnal Pendidikan Matematika RAFA*, *6* (2), 185–195. https://doi.org/10.19109/jpmrafa.v6i2.4367

Wahyu, K., & Mahfudy, S. (2016). Sejarah matematika: Alternatif strategi pembelajaran matematika. *Beta Jurnal Tadris Matematika*, *9*(1), 89–110. https://doi.org/10.20414/betajtm.v9i1.6

Yuste, P. (2010). Learning mathematics through its history. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *2*(2). https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.161